第 4 卷(A 版) 第 4 期
1999 年 4 月

中国图象图形学报
Journal of Image and Graphics

Vol.4(A),No.4
Apr.1999

植物形态的控制矩阵法*

钱 玮 路 巍 韦 穗
(中国科学院合肥智能机械研究所,合肥 230031)

摘 要 提出一种新的植物形态的分形重构方法。该方法以三叉树元作为迭代的基本单元,引入控制矩阵对其生长过程进行迭代控制,该算法简单,对植物生长形态具有较强的控制,能够对自然界树、草等植物进行较好的计算机模拟。

关键词 分形 节点 控制矩阵

0 引 言

近 10 年来,分形几何作为描述自然形态的一种崭新的工具,已经广泛地应用于许多学科领域,尤其在某些自然景观的计算机仿真方面,明显优于其它手段。分形集一般具有以下 3 个特点:

(1) 结构比较复杂,具有无穷精细结构,因而具有一定的非整数维特性。

(2) 具有一定的部分与整体之间的相似性。

(3) 对某些分形集而言,可以通过递归、迭代等简单的方法产生。

由于植物(特别是树、草等)具有分形特性,因此将分形几何引入植物学中,用分形重构的方法,对植物形态进行计算机模拟,能够取得较好的结果,其中,迭代函数系统(IFS),L-系统,以及受限扩散凝聚模型(Diffussion nLNninmited Aggregation, DLA)等已应用于该领域。

本文提出一种称之为植物形态的控制矩阵法。该算法与迭代函数系统相比较,具有控制矩阵(相对于 IFS 代码)容易取得,且计算量小的优点。同时,三叉树元可以看成植物(树)的一种结构。因此,利用其作为迭代的基本单元,可望得到较好的结果,文中用 C 语言在微机上实现了这一算法,实验结果也说明了算法的有效性。

1 三叉树及其定义

1.1 三叉树元及三叉树

图 1 为一标准的三叉树元,其中 a, a_1, a_2, a_3 为三叉树元的节点,a 为 a_1, a_2, a_3的父节点,a_1, a_2, a_3为 a 的子节点,b 称为链(树干)(如子节点数为 2,则称为二叉树元)。

内节点,外节点:当一节点存在子节点时,该节点称为内节点,反之,为外节点。根节点:如一节点只有子节点而无父节点时,该节点称为根节点。根节点也是内节点。三叉树:由若干节点相联的三叉树元、二叉树元构成的且满足如下条件(1),(2)的图形称为三叉树(见图 1~3)。

(1) 每个父节点至多有 3 个子节点,至少有 2 个子节点;

(2) 每个子节点只有一个父节点。

1.2 三叉树的控制矩阵

对于三叉树的每一节点 a,我们给出其标号 $L(a)$规则如下:

(1) a 为外节点,其节点标号为 1;

(2) a 为内节点,其子节点标号为 $L(a_1)$, $L(a_2)$, $L(a_3)$。不妨设 $L(a_1)\geq L(a_2)\geq L(a_3)$

$$L(a) = \max(L(a_1),L(a_2),L(a_3)) + 1$$

---

* 国家自然科学基金资助研究项目
收稿日期:1997-04-21;收到修改稿日期:1998-07-24

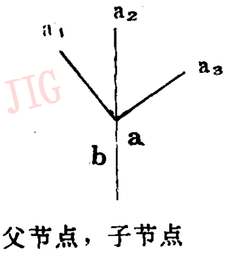


图1　父节点,子节点

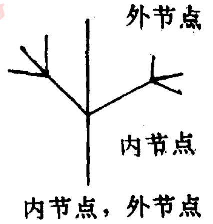


图2　内节点,外节点

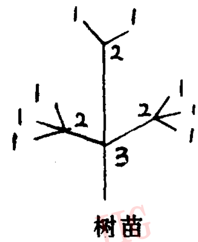


图3　树苗

根节点标号称为三叉树总层号,它可作为算法迭代结束与否的标志。也可看成该三叉树疏密的度量。

对于要仿真的自然界植物树(自然树)的基本形状或骨架,称之为三叉树苗,该树苗也是三叉树。对于三叉树苗的每一节点 a,给出其标号 $L(a)$ 规则如下:

(1) a 为外节点,其节点标号为1,$L(a)=1$

(2) a 为内节点,其子节点标号分别为 $L(a_1)$,$L(a_2)$,$L(a_3)$。(不妨设 $L(a_1)>L(a_2)>L(a_3)$)则

$$L(a)=L(a_1)+1 \tag{1}$$

根节点标号称为三叉树苗层号。

设 T 为一层号是 N 的三叉树苗。$B(K,I)$ $(2\leqslant N\leqslant K,\ 2\leqslant I\leqslant K)$ 表示为所有父节点标号为 K,子节点标号为 $I-1$ 结构的个数。$B(K,1)$ $(2\leqslant N\leqslant K)$ 表示为所有父节点标号为 K 的三叉树元个数。

如图3中:

$$B(2,1)=2,\quad B(2,2)=7,\quad B(3,1)=0$$
$$B(3,2)=2,\quad B(3,3)=3$$

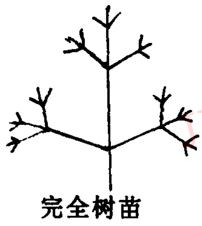
令 $P_{K,i}=B(K,i)/\Sigma B(K,j)$　$K=2,\cdots,N$; $i=1,2,\cdots,k$

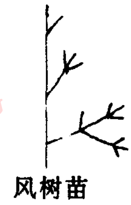
$$P(1,1)=0,\ P(i,j)=0\qquad i<j,$$

由定义知 P 为 $N*N$ 的下三角概率矩阵。

从 P 的定义中,可以看到 P 中每一行的数字反映出该标号为 K 父节点与标号为 $J(J\leqslant K)$ 的子节点数目多少的一种量化关系,因此也可以说是对三叉树苗的一种量化表示。称这种矩阵为控制矩阵。

对于自然树,当一自然树苗确定时,其未来的形状也就基本定形了。生长过程中的随机因素只能对其形状产生较小影响。所以,基于这种思想,从三叉树苗计算出其控制矩阵,对其生长过程进行随机迭代,产生仿真树。仿真树的形状取决于三叉树苗的选取。因此可以对大量不同类型,不同环境的自然树进行计算机仿真。如在风沙较大的地方,可用类似图4的风树苗,在风静的环境中,可用类似图5的完全树苗等。





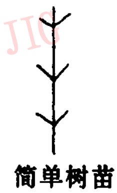


图4　风树苗　　图5　完全树苗　　图6　简单树苗

图3中的三叉树苗控制矩阵为:

$$\begin{bmatrix} 0 & & \\ 2/9 & 7/9 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2　几个三叉树苗的例子

下面是完全树苗具有的矩阵形式和风树苗具有的控制矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} 0 & & & & \\ 0 & 1 & & & \\ 0 & 0 & 1 & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \\ \vdots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \cdots & & & & \end{bmatrix},\quad \begin{bmatrix} 0 & & & \\ 1/12 & 11/12 & & \\ 1/6 & 1/6 & 4/6 & \\ 1/3 & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & & & \end{bmatrix}$$

简单树苗如图6具有如下的控制矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} 0 & \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3　算法的实现

利用控制矩阵法进行植物形态仿真,须通过以下几步进行:

(1) 由植物图案,得到其树苗;

(2) 由1.2节得到控制矩阵;

(3) 经生长迭代运算产生图形。

迭代运算过程如下:

(1) 置树根为外节点;

(2) 置层数为一,该外节点 M 为树苗树根;

(3) 利用控制矩阵及层数产生三叉树,及其标号;

(4) 若三叉树节点标号为一,转(4);否则层数减一转(3);

(5) 以节点 M 为根节点按(1)进行重新标号,产生一新的层数;

(6) 若层数小于树苗层数返回(3);

(7) 迭代次数加一,若迭代次数大于给定值,迭代结束。否则随机选择一外节点返回(2);

此处(3)的迭代算法如下:

```
算法      RAND NODE(A,I,J,K1)
标题      控制矩阵法
ARGUMENT  A[][]          控制矩阵
          I              父节点标号
          J              节点号
          K1[]           子节点标号
VARIABLE  N,K,L          INTER
          SUM,R          REAL
GLOBALS   ARAND
          STRUCT  INFORMATION   节点信息
FUNCTION    RAND()   随机数发生器
            label()  重新标号返回层数
BEGIN
    FOR( N =0 TO 3) DO
    R: = RAND()/ARAND
    SUM = A[I][O]
    WHILE(SUM < R ) DO
    K: = K + 1
    SUM: = SUM + A[ I][K]
    END WHILE
    K1[N]: = K
    next N
    K1 : = label
    IF( K1[O] = = K1[1] = I - 1) THEN
        RETURN
    END IF
    RETURN
```

由以上算法,可以得到三叉树的节点及链,称之为拓扑树(Topological tree),为了逼真地模拟自然界的树木等,需要对拓扑树进行艺术加工。即对树干(链)给予其长度 L,宽度 W,及树干之间的夹角,令节点标号为 k,则其上的树干可以用 $W(k)=C_1k$, $L(k)=c_2k$, c_1,c_2 为实数等方法得到[4,5],也可以根据所要模拟的植物自行调整。这里就不详述了。图7为2个在AST/33上得到的实验结果。

图7 拓扑树

图7(a)的控制矩阵

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 0 & 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \end{bmatrix}$$

迭代次数:2000

图7(b)的控制矩阵

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 1/4 \end{bmatrix}$$

迭代次数:1000

由以上的算法分析及实验结果可以看出，控制矩阵算法简单，对植物生长形态具有较强的控制，能够对树、草等植物进行较好的计算机模拟。

参考文献

1 Barnsloy M F, Mandelbrot B B. The Science of Fractal Image. New York: Spring-Verlay New York Inc.

2 Xavier G V. Combinalorial Analysis of Ramified Patters and Computer Imagery of tree. Computer Graphics, Volume 23.

3 Grilly A J, Earnshaw R H, Jones H. Fractals and chaos Springer—Verlay, 1990.

4 曾文曲，刘世耀. 分形几何理论. 沈阳：东北大学出版社.

钱　玮　1988年毕业于西安交通大学数学系，获学士学位。1991年毕业于西安交通大学数学获硕士学位。1991年进入中国科学院合肥智能所工作至今。主要从事计算机图形学，模式识别的研究。

路　巍　1990年毕业于中国科学技术大学近代物理系。1990年进入中国科学院合肥智能所工作至今。主要从事机器视觉，模式识别和虚拟现实系统处理机的硬件、软件研究。

Bifucation Method of Botanical Form

Qian Wei, Lu Wei, Wei Sui

(*Institute of Intelligent machines Hefei Anhui*, *Hefei* 230031)

Abstract　A new method of fractal rendering is presented in this paper, which uses control matrix to control the iteration of botanical growing. The efficiency of the method is good in simulation of grass and trees.

Keywords　Fractal, Node, Control Matrix